

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
CAMPUS DE RIO DAS OSTRAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Diego Gomes da Silva  
Erick Oliveira Mendonça

Estudo sobre a alocação ótima de analistas externos para a  
demanda de visitas cafezinho

Rio das Ostras - RJ

2019

DIEGO GOMES DA SILVA  
ERICK OLIVEIRA MENDONÇA

ESTUDO SOBRE A ALOCAÇÃO ÓTIMA DE ANALISTAS EXTERNOS PARA A DEMANDA DE  
VISITAS CAFEZINHO

Monografia apresentada ao Curso de Bacharelado em Ciência da Computação da Universidade Federal Fluminense – Rio das Ostras como requisito parcial para obtenção do Grau de Bacharel. Área de Concentração: Pesquisa Operacional.

Orientador: Prof. Dr. DALESSANDRO SOARES VIANNA

Rio das Ostras - RJ

2019

Ficha catalográfica automática - SDC/BRO  
Gerada com informações fornecidas pelo autor

S586e Silva, Diego Gomes da  
Estudo sobre a alocação ótima de analistas externos para a demanda de visitas cafezinho / Diego Gomes da Silva, Erick Oliveira Mendonça ; Dalessandro Soares Vianna, orientador. Niterói, 2010.  
37 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciência da Computação)-Universidade Federal Fluminense, Instituto de Ciência e Tecnologia, Rio das Ostras, 2010.

1. Programação Linear Inteira Mista. 2. Alocação de recursos. 3. Visitas de fidelização. 4. Produção intelectual. I. Mendonça, Erick Oliveira. II. Soares Vianna, Dalessandro, orientador. III. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Ciência e Tecnologia. IV. Título.

CDD -

DIEGO GOMES DA SILVA  
ERICK OLIVEIRA MENDONÇA

ESTUDO SOBRE A ALOCAÇÃO ÓTIMA DE ANALISTAS EXTERNOS PARA A DEMANDA DE  
VISITAS CAFEZINHO

Monografia apresentada ao Curso de Bacharelado em Ciência da Computação da Universidade Federal Fluminense – Rio das Ostras como requisito parcial para obtenção do Grau de Bacharel. Área de Concentração: Pesquisa Operacional.

Aprovada em DEZEMBRO de 2019.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Carlos Bazilio Martins

UFF

---

Prof. Dr. Dalessandro Soares Vianna

UFF

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Marcilene de Fátima Dianin Vianna

UFF

Rio das Ostras - RJ

2019

Dedicamos este trabalho aos nossos pais pelo carinho, esforço,  
compreensão  
e luta pela nossa formação.

Diego Gomes da Silva

Erick Oliveira Mendonça

# Agradecimentos

Agradecemos muito a Deus e aos mentores espirituais pela força, proteção, iluminação e ajuda em mais uma etapa da nossa caminhada. Neste percurso onde muitas foram as dificuldades, porém o apoio da nossa família e amigos conquistamos forças superá-las.

Agradecemos muito aos nossos pais, que além de acreditarem, sempre nos motivaram. A conclusão desse trabalho seria impossível sem esse amor e carinho.

Agradeço ao meu avô Alcides, que sem seu carinho, sem suas aulas de física e sem o café da tarde nada disso seria possível.

As grandes amizades conquistadas durante esses anos, agradecemos pelas longas horas de estudos, pelas brincadeiras e nos desafios durante a faculdade. Agradecemos em especial a república quinto elemento (Andrew de Castro, Renan Rodrigues, Peter Clayder e Kildare Silveira) pela enorme amizade que fizemos que levaremos para o resto da vida, que sempre nos ajudaram e estiveram presentes nas melhores situações nesse longo período.

Agradecemos à Matheus Adams, um grande amigo, que acompanhou e ajudou muito a finalização desse estudo.

Aos professores, que nessa longa trajetória sempre estiveram junto conosco nos ajudando em nossas dificuldades, nos orientando e compartilhando suas experiências e conhecimentos. Em especial: Carlos Bazilio, Dalessandro Vianna, Flávia Bernardini e Romulo Rosa.

Ao nosso orientador professor Dalessandro Vianna, pela sua ajuda, comprometimento e esclarecimentos de todas as dúvidas surgidas para o desenvolvimento desse projeto.

Ao bonde do madrugada, pelas longas horas de conversas no Discord e as inesquecíveis idas ao Mac Donald na madrugada depois de noites de estudo e de lazer. Sempre seremos grato a eles por todos os momentos vividos e desafios que cumprimos juntos.

Agradecemos à empresa fruto desse trabalho, pelo acesso a dinâmica do processo estudado que foram essenciais para a concretização desse projeto.

Diego Gomes da Silva  
Erick Oliveira Mendonça

# Lista de Figuras

2.1	Espaço de soluções $P$ . Imagem retirada de [7] . . . . .	10
2.2	Limites para problema de maximização. Imagem retirada de [2] . . . . .	11
2.3	Ramificação do método <i>Branch-and-Bound</i> . Imagem retirada de [2] . . . . .	11
2.4	Estratégias de divisão. Imagem retirada de [7] . . . . .	12
3.1	Parâmetros de entrada. . . . .	13
3.2	Dados de clientes. . . . .	14
3.3	Cientes atendidos. . . . .	14
3.4	Agenda de atendimento. . . . .	15
3.5	Agenda de atendimento. . . . .	15
3.6	Esquema do formato de resolução do modelo matemático. Fonte: Adaptado de [5] . . . . .	16
4.1	Resultado cenário 1 . . . . .	21
4.2	Resultado cenário 2 . . . . .	22
4.3	Resultado cenário 3 . . . . .	23

# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>vi</b>
<b>Resumo</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>x</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Contextualização . . . . .	1
1.2 Objetivo . . . . .	2
1.3 Delimitação do trabalho . . . . .	3
1.4 Problema Abordado . . . . .	3
1.5 Estrutura do Trabalho . . . . .	5
<b>2 Referencial Teórico</b>	<b>6</b>
2.1 Programação Matemática . . . . .	6
2.2 Programação Linear (PL) . . . . .	7
2.3 Programação Inteira (PI) . . . . .	8
2.4 Programação Linear Inteira Mista (PLIM) . . . . .	9
2.5 Branch-and-Bound . . . . .	10
<b>3 Método Proposto</b>	<b>13</b>
3.1 Modelo Proposto . . . . .	13
3.2 Função Objetivo e Restrições do Modelo . . . . .	17
3.3 Discussão do Modelo . . . . .	19
<b>4 Experimentos Computacionais</b>	<b>20</b>
4.1 Cenários . . . . .	21
4.1.1 Cenário 1 . . . . .	21
4.1.2 Cenário 2 . . . . .	22
4.1.3 Cenário 3 . . . . .	23
4.2 Análise dos resultados . . . . .	24

<b>5</b>	<b>Considerações finais</b>	<b>25</b>
5.1	Conclusões . . . . .	25
5.2	Trabalhos futuros . . . . .	26

# Resumo

O crescimento tecnológico do mercado de soluções de informática incentivou uma alta competitividade, levando as empresas em busca da melhoria de seus processos e redução de custos, visando o crescimento sustentável e um melhor relacionamento com seus clientes. O presente trabalho aborda a logística de alocações de analistas externos para visitas de fidelização (titulada “cafezinho”) na empresa Alterdata *Software* (filial Macaé). A aplicabilidade de ferramentas de Pesquisa Operacional através da otimização dessas visitas, se torna atraente uma vez que o objetivo é garantir a demanda de clientes respeitando uma janela de tempo, maximizando o planejamento do gestor e evitando a ociosidade dos analistas. Então, o objetivo deste trabalho é assegurar essa alocação, tendo como metodologia o estudo de caso retratado na Alterdata. Assim, é proposto um modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) que analisa a busca pela solução ótima, de acordo com particularidades bem próximas de casos reais: clientes com diferentes linhas de produtos, analistas com especializações heterogêneas, intervalo de tempo entre últimas visitas, limitação de cidades, clientes e analistas. Foram realizados três cenários com distintas complexidades, manipulando-se as datas das últimas visitas cafezinhos, além de utilizar dados hipotéticos dos nomes de analistas e clientes. Em dois destes cenários o modelo matemático obteve uma solução ótima. Porém um dos cenários, tendo o modelo executado por 24 horas, não foi possível obter uma solução ótima, mas alcançou uma solução muito próxima (1,74% do seu *lower bound*), o que representa uma solução de excelente qualidade. Vale ressaltar também que, com o resultado das análises dos cenários de acordo com o aumento das requisições, foi possível identificar a existência de um déficit de analistas para atender a demanda, onde não foi possível atender no Cenário 1: 20% dos clientes, no Cenário 2: 24,3% e no Cenário 3: 30,3% dos clientes. Representando uma margem aceitável para Alterdata pelo motivo de que há uma prioridade de visitas de suporte e implantação do sistema, assim o gestor pode suspender a visita cafezinho de acordo com a demanda de atendimentos. Independente de conquistar a otimalidade ou não, a elaboração do modelo proposto com regras de negócio bem definidas proporcionou vantajosa melhoria para o processo da empresa, onde é apresentado ao gestor um norte para realizar planejamentos e alocações mais efetivas dos analistas.

**Palavras-chave:** Programação Linear Inteira Mista. Alocação de recursos. Visitas de fidelização.

# Abstract

The technological growth in the *Information Technology* (IT) solutions market has encouraged a high competitiveness, leading companies in search of improving its processes and reducing costs, aiming at the sustainable growth and a better relationship with their customers. The present paper look in the logistics of allocations of analysts who work out of the office for requests of loyalty visits (called “Cafezinho”) in the company Alterdata Software (Macaé branch office). The applicability of tools of Operational Research through the optimization of these visits, becomes attractive, since the goal is to ensure the customer demand for respecting a time window, maximizing the manager’s planning and avoiding the idleness of the analysts. So, the aim of this paper is to ensure that allocation, taking as methodology the case study portrayed in the Alterdata. Therefore, it is suggested a mathematical model of Mixed Integer Linear Programming (MILP) which analyzes the search for the optimal solution, in accordance with special features as well close to actual cases, customers with different lines of products, analysts with heterogeneous specializations, the time of interval between the last visits, limitation of cities, customers and analysts. Three scenarios were performed with different complexities, manipulating the dates of the last visits cafezinhos, besides using hypothetical data of the names of analysts and clients. In two of these scenarios, the mathematical model obtained an optimal solution. However, one of the scenarios, having the model run for 24 hours, it has not been possible to obtain an optimal solution, but reached a solution very close (1,74 % of its lower bound), which represents a solution of excellent quality. It is worth noting also that with the result of the analysis of the scenarios it was possible to identify the existence of a deficit of analysts to meet the demand requested, , where it was not possible to meet in Scenario 1: 20 % of the clients, Scenario 2: 24.3 % and Scenario 3: 30.3 % of customers. Representing an acceptable margin for Alterdata because there is a priority of support visits and system deployment, so the manager can suspend the coffee visit according to the demand for care. Regardless of conquering the optimality or not, the drafting of the proposed model with well-defined business rules provided advantageous improvement to the process of the company, where it is submitted to a manager to perform more effective planning and allocations of analysts.

**Keywords:** Mixed Integer Linear Programming. Resource allocation. Loyalty visits.

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contextualização

Na última década, o considerável crescimento tecnológico na globalização do mercado de soluções de informática instituiu uma alta competitividade entre as empresas. Esse panorama forçou a busca constante de melhorias de processos para aumento na qualidade de produtos e serviços, assim como a redução de custos e do tempo de resposta às necessidades do mercado.

Muitas empresas que passaram por essas transformações adotaram nos últimos anos sistemas ERP<sup>1</sup> ou sistema de gestão integrada[3]. O objetivo desses sistemas é fornecer informações gerenciais integradas, auxiliando o gestor empresarial a obter informações precisas para tomada de decisões assertivas, associando e melhorando processos internos de diferentes setores, como gestão financeira, gerenciamento de vendas, gestão contábil, controle de estoque e recursos humanos.

Empresas detentoras dessa tecnologia, ou que desenvolvem *softwares*<sup>2</sup> para atender a demanda desse mercado, produzem um cenário de intensa competição, diante do qual se destaca somente empresas que, além de oferecer soluções de alta qualidade, estabelecem uma estreita relação com os clientes, avaliando suas necessidades e elementos que lhes proporcionem valores.

Partindo desses princípios, muitas corporações desenvolveram um mecanismo de relacionamento através de visitas que visam compreender a usabilidade de seus sistemas, verificar a satisfação, medir resultados para oferecer novos produtos, aumentar a confiança e a fidelização de clientes.

Porém, para garantir o funcionamento desse mecanismo de relacionamento, há grandes desafios enfrentados por essas empresas, dentre eles, a logística para realização das visitas. Nesse contexto, é necessário definir a periodicidade em que ocorrerão tais visitas e analisar qual ou quais funcionários possuem capacitação de atendimento para determinada linha de produto, levando em consideração o tempo e o custo de deslocamento.

Buscando uma empresa que se enquadre dentro dos valores mencionados para realização de uma análise do processo de relacionamento Empresa x Cliente e otimização desse desafio, foi escolhida uma

---

<sup>1</sup>ERP é sigla para *Enterprise Resource Planning*(Sistemas Integrados de Gestão Empresarial).

<sup>2</sup>*Software* são programas de computadores que possibilitam ao usuário realizar uma série de tarefas essenciais em diversas áreas como engenharia, contabilidade, educação, medicina e entre outras.

das maiores empresas nacionais desenvolvedora de Sistemas ERP, a Alterdata *Software*.

A Alterdata *Software*[10], fundada em 1989 em Teresópolis - Rio de Janeiro, é desenvolvedora de softwares de gestão para pequenas e médias empresas com 30 anos no mercado. Sua preocupação é fornecer sistemas que ajudem seus clientes na construção de uma base de dados eficaz, capaz de apresentar as melhores soluções para tomadas de decisões, no setor industrial e contábil. Levando-os assim, a uma velocidade de crescimento comercial mais sólido e lucrativo, sem perder a qualidade.

A principal missão é intensificar a lucratividade dos clientes tendo base em informações obtidas através de um conjunto de instrumentos de medições, objetivando a corrigir operações e definir rumos para empresas que visam crescer de forma sustentável e com longevidade.

A Alterdata, conta com mais de 100 unidades distribuídas em quase todos os estados brasileiros e suas principais cidades, como por exemplo, a filial de Macaé, situada no Estado do Rio de Janeiro. Essa filial abrange o atendimento e suporte as cidades vizinhas, como Rio das Ostras, Macaé, Conceição de Macabu, Quissamã e Cabo Frio.

Para oferecer um melhor suporte aos clientes, as filiais desenvolveram alguns processos que são realizados por seus analistas externos em visitas com diferentes finalidades, categorizadas como visitas de implantação de *software*<sup>3</sup>, suporte e cafezinho.

A visita cafezinho é uma nomenclatura utilizada para visitas a clientes com o intuito de verificar satisfação, aumentar a confiança, manter um bom relacionamento e oferecer novos produtos. Sendo assim, ela se enquadra no mecanismo de relacionamento entre empresa x cliente e fidelização, enfrentando desafios de logística para realização das mesmas.

A existência de uma solução computacional que auxiliasse o gestor na alocação de analistas para atender a demanda atual de clientes seria de notável utilidade.

## 1.2 Objetivo

O estudo tratado nessa dissertação tem como objetivo desenvolver uma solução computacional, utilizando modelagem matemática, para alocação ótimo de analistas externos para suprir a demanda de visitas cafezinho.

Entende-se como objetivos específicos do trabalho:

- compreender o atual processo de planejamento de alocação de analistas para visitas cafezinho;
- construir um modelo matemático de alocação de analistas e análise da demanda necessária de visita à clientes;
- analisar os resultados proporcionados pelo atual trabalho com o processo corrente da empresa, visando estabelecer de forma objetiva as possíveis modernizações com o modelo de otimização proposto.

---

<sup>3</sup>*Software* são programas de computadores que possibilitam ao usuário realizar uma série de tarefas essenciais em diversas áreas como engenharia, contabilidade, educação, medicina e entre outras.

## 1.3 Delimitação do trabalho

O estudo realizado neste trabalho será aplicado apenas à filial de Macaé. Devido ao aluno Diego Gomes da Silva fazer parte do quadro de analistas externos dessa filial, sendo possível observar o processo de alocação de analistas para realização dessas visitas e analisar juntamente com o gestor desafios e propor uma melhor resposta a demanda de atendimento das visitas cafezinho.

Entretanto, isso não diminui o impacto do estudo pois esta filial contempla um destaque nacional, estabelecendo-se no *ranking* das 10 primeiras filiais a nível de vendas.

Dessa forma, a solução do modelo matemático proposto poderá ser reutilizado e adotado por diversas cidades representantes da Alterdata.

## 1.4 Problema Abordado

Em prol de um controle de qualidade, as visitas de cada linha de produto da Alterdata são controladas por regras de processos, cuja função é identificar a demanda de analistas, estabelecer os próximos clientes a serem visitados e criar estratégias para realização de tais tarefas. Tais métodos são realizados de forma manual, o que recorrentemente gera um alto custo operacional de tempo e deslocamento, além de requisitar uma quantidade maior de analistas para garantir a demanda.

Periodicamente, a filial Macaé identifica quais clientes necessitam ser visitados, levando em consideração a data da última visita, a satisfação do cliente perante a empresa, a frequência de acesso do cliente ao suporte e apresentação de novos produtos.

Após a seleção, é realizada uma verificação do funcionário que primeiro terá sua agenda livre para atendimento. Dessa forma, é possível aloca-lo para cidades abrangentes<sup>4</sup> da filial Macaé afim de realizar tais tarefas.

Para garantir a integridade e qualidade dessas visitas, é necessário seguir algumas regras de negócio estabelecidas pela empresa. Essas regras são analisadas anteriormente por reações comportamentais desses clientes, como *feedbacks* positivos e negativos.

Dessa forma, com o objetivo de evitar possíveis evasões e garantir um melhor relacionamento Cliente x Produto x Empresa, as seguintes regras de negócio foram definidas:

- Um cliente deverá ser visitado em um período mínimo de 3 meses. É muito importante que o intervalo entre visitas consecutivas não ultrapasse 5 meses.

---

<sup>4</sup>Cidades abrangentes da filial: Rio das Ostras, Macaé, Conceição de Macabu, Quissamã e Cabo Frio.

- Cada analista é dividido por suas especializações podendo atuar na área Comercial, Contábil, *Offshore*.
- Há uma quantidade mínima de visitas cafezinho que cada analista deve realizar por dia, considerando o setor empresarial do sistema utilizado pelo cliente. Por exemplo:
  - *Shop*<sup>5</sup>: 4 visitas;
  - *Pack*<sup>6</sup>: 3 visitas;
  - *Bimer*<sup>7</sup>: 2 visitas.

Essas quantidades são baseadas nas horas mínimas de demanda de cada produto, respeitando o horário comercial. Assim, o funcionário possui período mínimo de 5 horas e máximo 8 horas no total diário de clientes visitados.

Supondo que Rio das Ostras tenha 8 clientes da linha *Shop* com carência de visita, nesse caso seriam necessários 2 analistas para garantir a demanda.

Na linha *Shop*, as visitas cafezinho podem ter duração mínima de 30 minutos, e máxima de 2 horas por cliente, considerando uma média de 75 min. Na linha *Pack*, podem ter duração mínima de 1 hora, e máxima de 3 horas, com uma média de 120 min. Na linha *Bimer*, duração mínima e máxima de meio período do dia, com uma média de 180 min. Em raras exceções, quando estende-se o horário máximo de atendimento, essas visitas tornam-se visitas de suporte ou ganham algum outro tipo de categorização.

Mensalmente, o gestor da filial conta com um número máximo de cafezinho a serem realizadas pré definidos no planejamento anual. No geral, esse número varia entre 30 a 50 cafezinhos. Para estabelecer um parâmetro mais assertivo no modelo matemático, foi estabelecido um número de 45 visitas por mês descritos no Capítulo 4.

Um dos grandes obstáculos para uma melhor apuração e análise desses atendimentos para filial Macaé é saber quantos analistas externos por cidade são necessários para atender a todos os clientes e garantir que não haja ociosidade. Devido a grande quantidade de clientes ativos das filiais, cada gestor analisa a quantidade de clientes e visitas que acontecerão sem comprometer a responsabilidade do propósito das visitas cafezinho. Garantindo que cada cliente seja visitado respeitando a periodização de visitas consecutivas.

Com o objetivo de manter preservados os dados sobre os números de visitas estabelecidas pelos gestores da Alterdata, o trabalho atual teve como base uma média estabelecida pelo setor jurídico da empresa que abrange a maioria do cenários reais das filiais, como no caso da filial Macaé, que se estabeleceu um quadro de 70 clientes a serem visitados mensalmente em 4 cidades abrangentes da filial Macaé ( Rio das Ostras, Macaé, Conceição de Macabu e Quissamã) e 7 analistas externos designados para atender a demanda.

---

<sup>5</sup>Software desenvolvido pela Alterdata responsável por atuar no setor Comercial.

<sup>6</sup>Software desenvolvido pela Alterdata responsável por atuar no setor Contábil.

<sup>7</sup>Software desenvolvido pela Alterdata responsável por atuar no setor *Offshore*.

## 1.5 Estrutura do Trabalho

No Capítulo 2, Referencial teórico, é apresentado as técnicas de Pesquisa Operacional utilizadas neste trabalho, onde será conceituado à Programação Matemática, dando ênfase à Programação Linear Inteira Mista (PLIM).

No Capítulo 3, Método proposto, será retratado e elaborado o Modelo Matemático de Programação Linear Inteira Mista, descrevendo a formulação matemática proposta para o modelo, índices considerados, parâmetros, função objetivo e restrições. Além disto, será formalizada a discussão do modelo desenvolvido.

O Capítulo 4, Experimentos Computacionais, trata da apresentação de resultados, com discussão e análise dos cenários testados e ponderação dos resultados obtidos.

No Capítulo 5, Considerações Finais, compreende a considerações finais a respeito dos resultados obtidos e recomendações para próximos trabalhos.

## Capítulo 2

# Referencial Teórico

### 2.1 Programação Matemática

A programação matemática é o campo da Pesquisa Operacional responsável pelos métodos de otimização, tanto para maximização ou minimização da função objetivo, com um número finito de variáveis de decisão limitada a restrições.[1].

De acordo com[11] , há três motivos primordiais para que os modelos de programação matemática sejam utilizados:

- O processo de criação de um modelo apresenta seus relacionamentos e interfaces, que na maioria das vezes, não são explícitos, propiciando uma melhor compreensão do objeto modelado;
- Ao analisar matematicamente um modelo, é possível surgir *insights* para utilizar novas tendências e procedimentos, que não teriam, de outra forma, uma fácil percepção;
- Testes e experimentos não possíveis ou desejáveis de se realizar, podendo ser analisados a partir da construção de um modelo.

Segundo [4], o campo da programação matemática é amplo e suas técnicas são respeitadas por sua majoritária aplicabilidade nos problemas de otimização. Por essa diversidade de aplicações em diversos contextos de programação e processos, os métodos de solução passaram por alterações de particularidades e especializações. O processo de modelagem matemática pouco varia, porém as técnicas de solução acabaram agrupadas em subáreas como a Programação Linear (PL), Programação Não Linear (PNL) e Programação Inteira(PI). No entanto, neste trabalho serão focados a Programação Linear(PL) e a Programação Inteira(PI), as quais serão detalhadas nas Seções 2.2 e 2.3.

## 2.2 Programação Linear (PL)

É vista como a técnica de Pesquisa Operacional de maior destaque, aplicabilidade e simplicidade, podendo modelar complexos problemas de decisão.

De acordo com [1], um problema de Programação Linear é composto por:

- Uma função linear formada com as variáveis de decisão chamada de Função Objetivo, no qual seu valor deve ser maximizado ou minimizado;
- Relações de interdependência entre as variáveis de decisão que são apresentadas por um conjunto de equações ou inequações lineares, denominadas restrições do modelo;
- Variáveis de decisão podendo ser positivas ou nulas.

O modelo pode ser detalhado na seguinte fórmula, tal qual a seguir:

Maximize ( ou minimize)

$$z = \sum_{j \in N} c_j x_j, \quad N = \{1, 2, \dots, n\}$$

Sujeito a

$$\sum_{j \in N} a_{ij} x_j = b_i, \quad i \in M = \{1, 2, \dots, m\}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in N$$

onde  $x_j$  são variáveis e  $c_j$ ,  $a_{ij}$ ,  $b_i$  são constantes conhecidas para todo  $i$  e  $j$ . Todas as relações entre as variáveis são lineares, ou seja, há linearidade entre a função objetivo e suas restrições.

## 2.3 Programação Inteira (PI)

A utilização de variáveis que assumem estritamente valores inteiros é necessário em muitos casos reais. Nesse caso, tem-se um problema de Programação Inteira (PI). A formulação matemática para o sistema pode ser encontrada em [1], tal qual a seguir:

Maximize ( ou minimize)

$$z = g_0(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Sujeito a

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) (\leq \text{ou} = \text{ou} \geq) b_i, \quad i \in M = \{1, 2, \dots, m\}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in N = \{1, 2, \dots, n\}$$

$$x_j \text{ inteira}, j \in I \subseteq N$$

no qual  $x_j$ ,  $j \in N$ , são variáveis,  $g_i$ ,  $i \in M \cup \{0\}$ , são funções das variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  e  $b_i$ ,  $i \in M$ , são constantes conhecidas. Se  $I = N$ , ou seja, todas as variáveis são inteiras, o problema referido é de Programação Inteira (PI). Do contrário, se  $I \subset N$ , então denomina-se problema de Programação Inteira Mista (PIM).

Em muitos problemas de PI, as funções  $g_i$ ,  $i \in M \cup \{0\}$ , são lineares e o modelo pode ser detalhado na seguinte fórmula:

Maximize ( ou minimize)

$$z = \sum_{j \in N} c_j x_j, \quad N = \{1, 2, \dots, n\}$$

Sujeito a

$$\sum_{j \in N} a_{ij} x_j (\leq \text{ou} = \text{ou} \geq) b_i, \quad i \in M = \{1, 2, \dots, m\}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in N$$

$$x_j \text{ inteira}, j \in I \subseteq N$$

onde  $x_j$  são variáveis não negativas e  $c_j$ ,  $a_{ij}$ ,  $b_i$  são constantes conhecidas para todo  $i$  e  $j$ . Se  $I = N$ , ou seja, todas as variáveis são inteiras, logo o problema é referido como de Programação Linear Inteira (PLI). Do contrário, se  $I \subset N$ , então denomina-se problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Em caso de restrição das variáveis inteiras para valores binários, do tipo  $\{1, 0\}$ , distinguindo “sim” ou “não”, obtém-se um problema de Programação Linear Inteira Binária (PLIB). [1]

## 2.4 Programação Linear Inteira Mista (PLIM)

Inúmeros problemas de programação da produção e logísticos podem ser categorizados como problemas típicos de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Isso ocorre pelo fato dos modelos matemáticos de otimização semelhantes abrangerem tanto variáveis contínuas como discretas, que devem atender um conjunto de restrições lineares de igualdade e desigualdade. [8]

Segundo [9], os problemas de PLIM são organizados da mesma maneira que os problemas de PL, porém detêm pelo menos uma restrição de integralidade. Assim, conseguem impor que as variáveis compreendidas na restrição admitam valores inteiros. As adversidades que dispõem todas as variáveis com restrições de integralidade são nomeados problemas de programação inteira, ao mesmo tempo problemas que apresentam pelo menos uma variável com restrições de integralidade simultaneamente com variáveis contínuas são conhecidos como problemas de programação inteira mista. Porém não há garantia que seja obtida uma solução com valores inteiros para as variáveis discretas.

De acordo com [1], a resolução para problemas de otimização linear inteira mista, entendida como a obtenção de uma solução ótima, pode ser difícil pela sua natureza combinatória. Num primeiro contato com este tipo de situação a abordagem seria resolver o problema para todas as combinações de variáveis inteiras utilizando a PL e extrair a solução com o valor mais assertivo da função objetivo, podendo assim, assumir um valor maior para problemas de maximização ou menor para problemas de minimização.

Entretanto, o número de combinações aumenta progressivamente com o número de variáveis inteiras. Logo, para problemas complexos, onde se dispõe de um grande número de variáveis inteiras, a abordagem se torna imprópria.

Uma alternativa é a utilização de métodos matemáticos para aliviar as restrições de integralidade e o tratamento de variáveis inteiras como contínuas, podendo assim auxiliar na resolução do problema.

## 2.5 Branch-and-Bound

*Branch-and-Bound* é um método muito utilizado para obter solução ótima de diversos problemas de otimização, particularmente de problemas de Programação Linear e Programação Inteira.

Este método baseia-se na ideia de “dividir para conquistar”. Diferentemente de algoritmos de força bruta<sup>1</sup>, não há a necessidade de explorar todo o espaço de soluções. Para isso, é utilizada uma técnica de exploração que elimina grandes quantidades de soluções ineficazes ao usar limites estimados. Assim, este método garante encontrar a solução ótima, mas pode, por acaso, demorar um tempo considerável mesmo para solicitações relativamente pequenas, uma vez que o problema de alocação tende a crescer de modo fatorial.[6].

A aplicabilidade desse algoritmo possui dois passos. No primeiro passo temos o *branching*, que consiste em particionar o espaço de soluções ( $P$ ). Esse processo de particionamento retornará dois ou mais conjunto de soluções distintos, por exemplo:  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , na qual a união desses conjuntos compreendem a  $P$ . Por ventura, esse processo gera uma árvore de busca, onde o nó raiz corresponde ao problema completo com o espaço  $P$  e os nós abaixo dele representam subconjuntos de  $P$ , ilustrado na Figura:

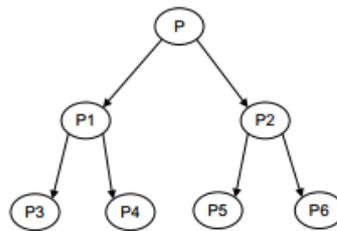


Figura 2.1: Espaço de soluções  $P$ . Imagem retirada de [7]

No segundo passo temos o *bounding*, que dependendo do intuito da função objetivo (minimizar ou maximizar) estima-se os limites superiores e inferiores para o valor mínimo ou máximo em um subconjunto de  $P$ . Após a definição desses limites, é possível eliminar subespaços de  $P$  com soluções fracas. Ou seja, se o problema for de minimização, e o limite inferior de um nó da árvore é maior que o limite superior de um outro nó, pode-se eliminar o primeiro da busca. O contrário ocorre para um problema de maximização, descarta-se o nó que possui o limite superior menor que o limite inferior de outro nó.

---

<sup>1</sup>Algoritmo usual com muita aplicabilidade que estabelece enumerar todos os prováveis candidatos de uma solução e analisar se cada um satisfaz o problema.

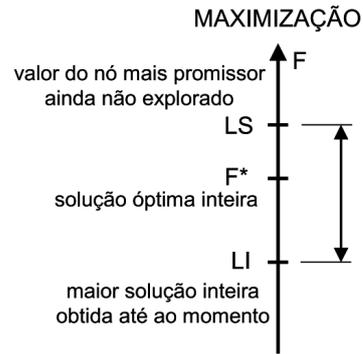


Figura 2.2: Limites para problema de maximização. Imagem retirada de [2]

Dessa forma, após eliminar os nós indesejados, utiliza-se novamente o *branching* nos subconjuntos remanescentes, que são subproblemas do problema inicial, e em seguida aplica-se o segundo passo, *bounding*. Esse ciclo continua até que todas as soluções sejam avaliadas, obtendo subconjuntos cada vez menores ou que seja encontrada a solução desejada.

A combinação dessas duas estratégias garantem que o algoritmo seja eficiente, uma vez que proporciona a busca às alternativas promissoras para obtenção de soluções ótimas.[6].

A Figura 2.3 apresenta um problema de maximização resolvido pelo método *Branch-and-Bound* onde foi obtido em um determinado estágio, a seguinte árvore:

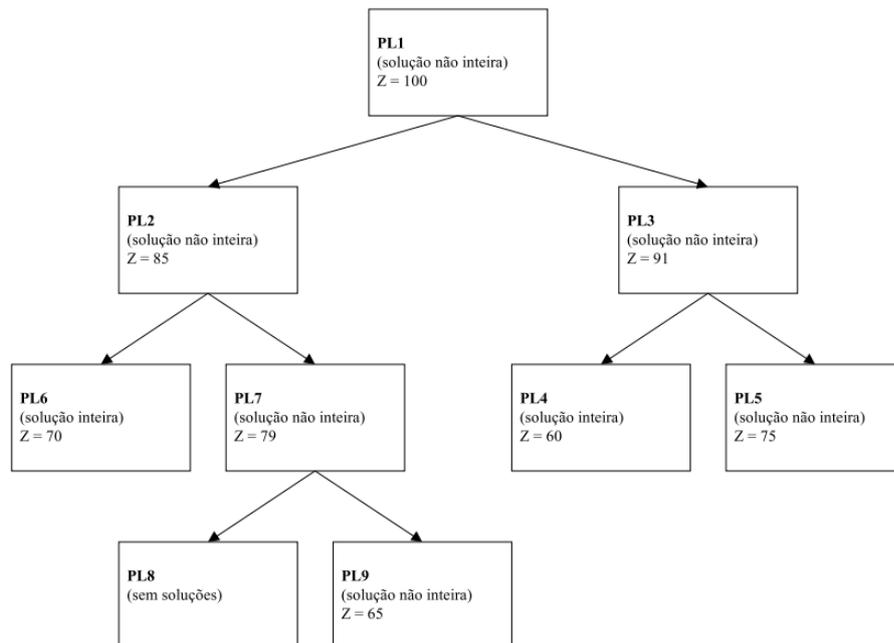


Figura 2.3: Ramificação do método *Branch-and-Bound*. Imagem retirada de [2]

Ao analisar essa árvore, é encontrado em  $PL5$  o valor do limite superior sobre a solução inteira ótima igual a 75, pois é até o momento, o valor do nó mais promissor ainda não explorado. E subsequente, o limite inferior para esse problema é a maior solução inteira obtida até o momento, neste caso, em  $PL6$  o valor desse limite igual a 70. Assim, ainda não sabe se a solução ótima foi obtida, porque há nós a serem explorados ( $PL5$ ). Somente quando os limites inferiores e superiores coincidirem que se pode afirmar a melhor solução inteira obtida.

Sendo um dos pontos principais para o sucesso do *branch-and-bound* é a qualidade do limite proporcionado pela solução inteira. Normalmente essa qualidade depende da técnica do desdobramento da árvore de busca para cada problema. A Figura 2.4 representa estratégias de divisão adotadas pelas buscas em profundidade e pela busca em largura.

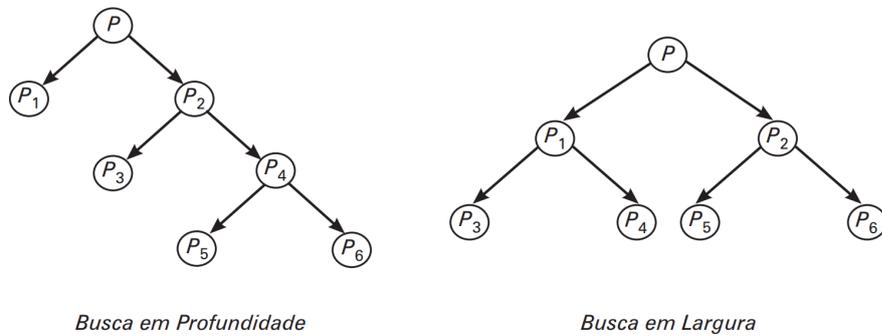


Figura 2.4: Estratégias de divisão. Imagem retirada de [7]

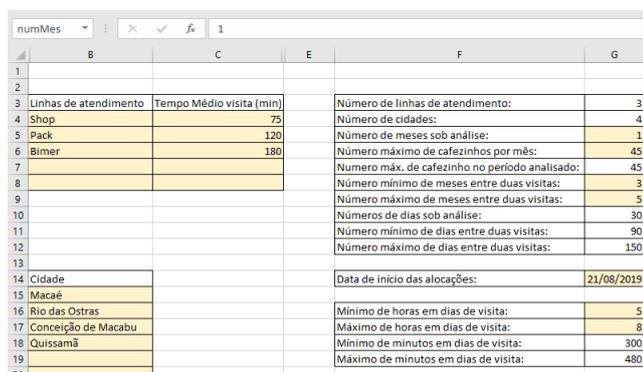
## Capítulo 3

# Método Proposto

### 3.1 Modelo Proposto

Neste capítulo será descrito o modelo matemático desenvolvido no *software* LINGO<sup>1</sup>, que frequentemente utiliza o método *Branch-and-Bound*, descrito na Seção 2.5, para resolver problemas PLIM. Dessa forma, otimiza-se o problema abordado a fim de buscar um planejamento e uma alocação dos analistas externos de forma mais assertiva para as visitas cafezinho. As informações de entrada do modelo são primeiramente analisadas no *Microsoft Excel*<sup>2</sup>, de maneira que minimize o esforço computacional do *software*.

Os dados referentes as visitas, são adquiridas através do sistema ERP da Alterdata de forma bem similar as tabelas do *Excel*. Que subsequente, são organizados no *Excel* de maneira que o LINGO consiga executar os parâmetros pré definidos (Data da última visita, nome e cidade do cliente, periodização de visitas e duração em minutos das mesmas, nome dos analistas externos, número máximo de visitas por mês), o que torna o *Excel* nesse projeto o próprio banco de dados.



	B	C	E	F	G
1					
2					
3	Linhas de atendimento	Tempo Médio visita (min)		Número de linhas de atendimento:	3
4	Shop	75		Número de cidades:	4
5	Pack	120		Número de meses sob análise:	1
6	Bimer	180		Número máximo de cafezinhos por mês:	45
7				Numero máx. de cafezinhos no período analisado:	45
8				Número mínimo de meses entre duas visitas:	3
9				Número máximo de meses entre duas visitas:	5
10				Números de dias sob análise:	30
11				Número mínimo de dias entre duas visitas:	90
12				Número máximo de dias entre duas visitas:	150
13					
14	Cidade			Data de início das alocações:	21/08/2019
15	Macaé				
16	Rio das Ostras			Mínimo de horas em dias de visita:	5
17	Conceição de Macabu			Máximo de horas em dias de visita:	8
18	Quissamã			Mínimo de minutos em dias de visita:	300
19				Máximo de minutos em dias de visita:	480
20					

Figura 3.1: Parâmetros de entrada.

<sup>1</sup>LINGO é uma ferramenta elementar projetada para utilizar de forma mais eficaz a construção e solução de modelos de otimização linear ou não-linear.

<sup>2</sup>O *Microsoft Excel* é o programa editor de planilhas, uma robusta ferramenta de visualização e análise de dados desenvolvida pela *Microsoft*.

	B	C	D	E
1				
2	Total de clientes	70		
3				
4	Nome	Linha de atendimento	Cidade	Data última visita
5	C1	Bimer	Rio das Ostras	18/04/2019
6	C2	Shop	Conceição de Macabu	02/05/2019
7	C3	Bimer	Rio das Ostras	11/05/2019
8	C4	Bimer	Macaé	11/05/2019
9	C5	Pack	Macaé	02/06/2019
10	C6	Shop	Rio das Ostras	04/05/2019
11	C7	Pack	Macaé	21/04/2019
12	C8	Shop	Conceição de Macabu	09/04/2019
13	C9	Bimer	Macaé	03/07/2019
14	C10	Bimer	Quissamã	23/04/2019
15	C11	Bimer	Macaé	19/05/2019
16	C12	Shop	Quissamã	08/04/2019
17	C13	Pack	Conceição de Macabu	15/04/2019
18	C14	Pack	Rio das Ostras	10/04/2019
19	C15	Bimer	Rio das Ostras	18/04/2019
20	C16	Shop	Rio das Ostras	26/03/2019
21	C17	Shop	Rio das Ostras	02/05/2019

Figura 3.2: Dados de clientes.

Após executar no LINGO, os resultados do modelo são disponibilizados no próprio *Excel* (interface gráfica), de acordo com a Figura 3.3, Figura 3.4 e Figura 3.5 .

	B	E	G	I	K
3	Nome	Situação	Analista	Data	Meses da última visita
4	C1	Atendido	Paulo	31/08/2019	4,5
5	C2	Atendido	Diego	21/08/2019	3,7
6	C3	Atendido	Paulo	31/08/2019	3,7
7	C4	Atendido	Joao	26/08/2019	3,6
8	C5	Não atendido			
9	C6	Atendido	Matheus	21/08/2019	3,6
10	C7	Atendido	Ana	05/09/2019	4,6
11	C8	Atendido	Diego	21/08/2019	4,5
12	C9	Fora do prazo			
13	C10	Atendido	Joao	21/08/2019	4,0
14	C11	Não atendido			
15	C12	Atendido	Alex	26/08/2019	4,7
16	C13	Atendido	Alex	22/08/2019	4,3
17	C14	Atendido	Alex	25/08/2019	4,6

Figura 3.3: Clientes atendidos.

	B	C	D	E	F	G	H	I
1								
3		21/08/19	22/08/19	23/08/19	24/08/19	25/08/19	26/08/19	27/08/19
4	Matheus	•	•					
5	Diego	•						
6	Alex	•	•	•		•	•	
7	Paulo							
8	Joao	•	•				•	
9	Ana							
10	Julia	•						
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								

Figura 3.4: Agenda de atendimento.

	B	C	D	E
1				
2	Analista:	Diego		
3	Data:	22/08/2019		
4				
5				
6	ID	Nome	Linha	Cidade
7	1	C2	Shop	Conceição de Macabu
8	2	C8	Shop	Conceição de Macabu
9	3	C25	Shop	Conceição de Macabu
10				
11				
12				
13				

Figura 3.5: Agenda de atendimento.

Observe que as iterações entre Usuário - *Excel* - LINGO, conforme a Figura 3.6 são tanto na entrada quanto saída de dados do modelo. Dessa forma facilita a análise dos resultados e usabilidade pelo usuário, simplificando a análise das saídas, uma vez que a utilização do *Microsoft Excel* está na rotina diária dos programadores.

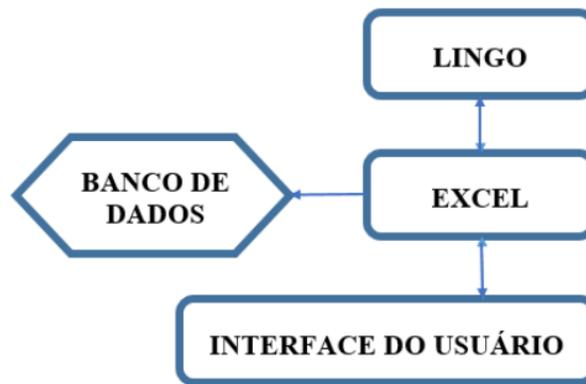


Figura 3.6: Esquema do formato de resolução do modelo matemático. Fonte: Adaptado de [5]

Para uma melhor compreensão do modelo matemático, será realizada uma divisão em quatro partes específicas:

- Índices: Têm o intuito de identificar um item específico dentro do grupo de parâmetros.
  - $i$  : Índice relativo aos analistas;
  - $j$  : Índice relativo aos clientes;
  - $k$  : Índice relativo aos dias;
  - $c$  : Índice relativo aos cidades.
- Parâmetros: São as informações de entrada estabelecidos no problema.
  - $TEMPO_j$  : Tempo médio do período a ser visitado no cliente;
  - $TSEMVISITA_j$  : Tempo sem visita no cliente;
  - $CIDADECLI_j$  : Cidade do cliente;
  - $ANACLI_{ij}$  : Indica se o analista está apto a atender o cliente. Se  $ANACLI_{ij} = 1$ , o analista  $i$  pode atender o cliente  $j$ . Caso contrário, não pode atender;
  - $PENTMIN$  : Penalidade por violar o tempo mínimo;
  - $PENNAOATEND$  : Penalidade por não atender um cliente;
  - $TMAXVIS$  : Tempo máximo a ser gasto em visitas por dia de visita;
  - $TMINVIS$  : Tempo mínimo a ser gasto em visitas por dia de visita;
  - $TMIN$  : Tempo mínimo entre duas visitas;
  - $TMAX$  : Tempo máximo entre duas visitas;
  - $MAXVIS$  : Número máximo de visitas por mês.

- Variáveis: São utilizadas para apontar a decisão que deve ser tomada no problema abordado, respeitando as restrições e alcançando melhor resolução para a função objetivo.
  - $violaAtend_j$  : Variável de decisão linear que indica que um cliente não foi atendido;
  - $y_j$  : Variável de decisão linear que indica se o cliente foi atendido;
  - $u_{ik}$  : Variável de decisão binária que indica se o analista  $i$  fará visita no dia  $k$ ;
  - $violaTMin_{ik}$  : Variável de decisão linear que indica o número de minutos de violação do tempo mínimo de um analista em uma visita;
  - $x_{ijk}$  : Variável de decisão binária que indica se o analista  $i$  visitará o cliente  $j$  no dia  $k$ ;
  - $w_{ikc}$  : Variável de decisão linear que indica a cidade atendida pelo analista em um determinado dia.
  
- Modelo: Apresentação do modelo matemático proposto nesse trabalho.

## 3.2 Função Objetivo e Restrições do Modelo

No problema abordado, temos como função objetivo(FO) a minimização da alocação de analistas para visitas cafezinho.

As restrições são os controles para viabilidade do modelo matemático e dirigentes por limitar o espaço de soluções. Cada uma delas será detalhada e modelada em seguida.

Função Objetivo (FO): Otimizar.

$$\text{Min} = \text{termo1} + \text{termo2} + \text{termo3};$$

Definição dos termos da FO:

$$\text{termo1} = PENTMIN * \sum_i \sum_k \text{violaTMin}_{ik} \quad (3.1)$$

$$\text{termo2} = PENNAOATEND * \sum_j \text{violaAtend}_j \quad (3.2)$$

$$\text{termo3} = \sum_j TSEMVISITA_j * (1 - y_j) \quad (3.3)$$

Sujeito às restrições:

$$\text{violaAtend}_j \geq 1 - \sum_i \sum_k x_{ijk} \quad \forall_j \quad (3.4)$$

$$x_{ijk} \leq u_{ik} \quad \forall_i, \forall_j, \forall_k \quad (3.5)$$

$$\sum_j x_{ijk} * TEMPO_j \leq TMAXVIS \quad \forall_i, \forall_k \quad (3.6)$$

$$\text{violaTMin}_{ik} \geq TMINVIS * u_{ijk} - \sum_j x_{ijk} * TEMPO_j \quad \forall_i, \forall_k \quad (3.7)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_{k | k > 30(m-1) \text{ e } k \geq 30m} x_{ijk} \leq MAXVIS \quad \forall_m \quad (3.8)$$

$$\sum_i \sum_k (k + TSEMVISITA_j) * x_{ijk} \leq TMAX \quad \forall_j \quad (3.9)$$

$$y_j = \sum_i \sum_k x_{ijk} \quad \forall_j \quad (3.10)$$

$$\sum_i \sum_k (k + TSEMVISITA_j) * x_{ijk} \geq TMIN * y_j \quad \forall_j \quad (3.11)$$

$$\sum_c w_{ikc} \leq 1 \quad \forall_i, \forall_k \quad (3.12)$$

$$w_{ikCIDADECLI_j} \geq x_{ijk} \quad \forall_i, \forall_j, \forall_k \quad (3.13)$$

Domínio das variáveis de decisão:

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall_i, \forall_j, \forall_k \quad (3.14)$$

$$u_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall_i, \forall_k \quad (3.15)$$

$$violaTMin_{ik} \geq 0 \quad \forall_i, \forall_k \quad (3.16)$$

$$w_{ikc} \geq 0 \quad \forall_i, \forall_k, \forall_c \quad (3.17)$$

$$violaAtend_j \geq 0 \quad \forall_j \quad (3.18)$$

### 3.3 Discussão do Modelo

A Função Objetivo (FO) busca otimizar a quantidade de funcionários em cada cidade para visitas cafezinho. Essa quantidade é otimizada a partir da escolha da demanda de visitas, evitando ociosidade e garantindo a demanda. Os *termos* foram criados de uma forma didática no modelo matemático para destacar cada componente da FO, onde serão analisados no Capítulo 4, Experimentos Computacionais.

O termo descrito na Equação 3.1 acrescenta uma penalidade a função objetivo caso seja violado o tempo mínimo de visita. Sendo igualmente para os outros dois termos.

Citar que eles foram criados no modelo para destacar cada componente da F.O. Dizer também que estes termos serão analisados no Capítulo de experimentos.

O *Termo1* (Equação 3.1) adiciona uma penalidade por violar o tempo mínimo de um analista em uma visita.

No *Termo2* (Equação 3.2), subentende uma penalidade por não atender um cliente.

O *Termo3* (Equação 3.3) é um incentivo para, caso necessário, deixar de atender os clientes que foram visitados mais recentemente.

Na restrição (Equação 3.4), deixa-se claro que cada cliente deve ser visitado por um analista em um determinado dia.

A restrição (Equação 3.5) garante que só pode haver visita a um cliente por um analista se este analista estiver visitando neste dia.

As restrições (Equação 3.6) e (Equação 3.7) são relativas ao período de atendimento previsto. Ambas devem ser respeitadas informando respectivamente o tempo máximo e mínimo por dia de atendimento.

Na restrição (Equação 3.8), sustenta-se que o número máximo de visitas por mês (30 dias) seja respeitado.

As restrições (Equação 3.9) e (Equação 3.11) são relativas a limitação da janela visitas não ocorridas no cliente. A primeira limita que o tempo sem visitas não pode ultrapassar o máximo e a segunda limita que o tempo sem visita não pode ultrapassar o máximo.

Na restrição (Equação 3.10), certifica-se de que houve visita, ou seja, o cliente foi atendido.

Na restrição (Equação 3.12), assegura-se que por dia apenas uma cidade no máximo será atendida por um analista.

A restrição (Equação 3.13) garante que um analista só atenderá a um cliente, em um determinado dia, se ele estiver alocado no mesmo dia à cidade do cliente.

As equações de (Equação 3.14) à (Equação 3.18) definem o domínio das variáveis de decisão.

## Capítulo 4

# Experimentos Computacionais

Com a apresentação das etapas do problema e do modelo matemático proposto, serão abordados neste capítulo os cenários testados para determinar a aplicabilidade do modelo em situações diversas, desde situações diárias até situações com maiores moderações, com o propósito de obter uma análise mais eficaz do modelo construído.

Foram testados 3 cenários, os quais foram submetidos a execução no LINGO<sup>1</sup> por 24 horas ou até a otimalidade. Com o intuito de preservar os dados utilizados da Alterdata x Clientes, foram utilizadas pressupostas informações dos nomes dos clientes e analistas; as datas das últimas visitas cafezinho foram manipuladas para se obter o resultado requerido em cada um dos cenários.

A fim de estabelecer um comportamento do modelo, foram considerados alguns aspectos comuns a todos os cenários, como:

1. Um período mínimo e máximo de meses entre duas visitas, respectivamente de 3 a 5 meses;
2. Número máximo de 45 visitas cafezinho por mês;
3. Um período mínimo e máximo de horas em dias de visita, respectivamente de 5 a 8 horas;
4. Utilizou-se de 4 cidades abrangentes da filial (Macaé, Rio das Ostras, Quissamã e Conceição de Macabu), 7 (*Shop*<sup>2</sup>, *Pack*<sup>3</sup> e *Bimer*<sup>4</sup>) analistas com distintas linhas de atendimento e 70 clientes<sup>5</sup> com suas últimas datas de visita cafezinho. (Serão considerados no cenário apenas os clientes que estão no mínimo 3 meses sem visita).

Cada cenário testado será detalhado e posteriormente, na Seção 4.2, serão analisados seus resultados.

---

<sup>1</sup>LINGO é uma ferramenta elementar projetada para utilizar de forma mais eficaz a construção e solução de modelos de otimização linear ou não-linear.

<sup>2</sup>Software desenvolvido pela Alterdata responsável por atuar no setor Comercial.

<sup>3</sup>Software desenvolvido pela Alterdata responsável por atuar no setor Contábil.

<sup>4</sup>Software desenvolvido pela Alterdata responsável por atuar no setor *Offshore*.

<sup>5</sup>Média estabelecida pelo setor jurídico da Alterdata com o objetivo de preservar a quantidade estabelecida pelos gestores das filiais

## 4.1 Cenários

### 4.1.1 Cenário 1

O Cenário 1 representa um período de baixa demanda de visitas, permitindo ao gestor alocar os analistas para realização das visitas cafezinho e de outras visitas requisitadas pela empresa aos clientes.

O modelo foi processado com o intuito não somente de garantir a otimalidade da solução, como também escolher a melhor alocação dos analistas para visita. Atingindo a otimalidade após rodar por 4 horas e 30 min, a função objeto finalizou com valor igual a 141223, conforme a Figura 4.1.

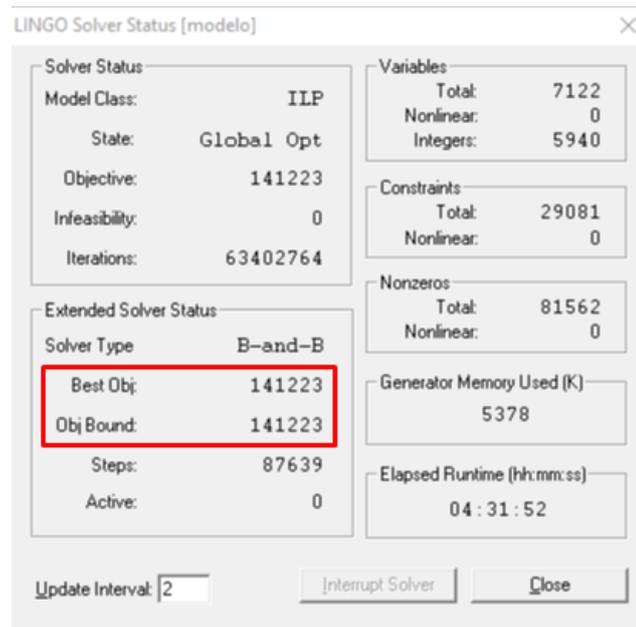


Figura 4.1: Resultado cenário 1

É possível confirmar que o modelo atingiu a solução ótima, pois o *lower bound* é igual ao valor do melhor valor objetivo (*best Obj*).

Porém, para se obter tal solução houve uma penalidade no *Termo2*<sup>6</sup> no valor de 140000 e um incentivo no valor de 1223 no *Termo3*<sup>7</sup>.

<sup>6</sup>Penalidade por não atender um cliente.

<sup>7</sup>Um incentivo para, caso necessário, deixar de atender os clientes que foram visitados mais recentemente.

### 4.1.2 Cenário 2

O Cenário 2 representa um período do ano onde o gestor da filial Macaé minimizou o número de visitas cafezinho nos meses anteriores e ao retornar o planejamento dessas visitas, houve um acúmulo de atendimentos.

Após executar, por extensivamente 24 horas, optou-se por encerrar o teste. O modelo não conseguiu atingir a solução ótima, pois seu *lower bound* não foi igual ao valor do melhor objetivo (*Best Obj*), conforme a Figura 4.2. No entanto, uma solução muito próxima (1,74% do seu *lower bound*) foi obtida, o que representa uma solução de excelente qualidade.

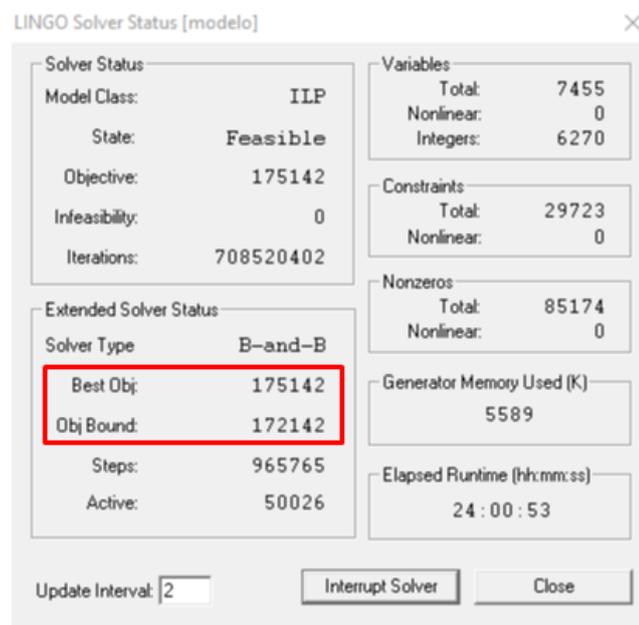


Figura 4.2: Resultado cenário 2

Para se obter essa solução houve uma penalidade no *Termo1*<sup>8</sup> no valor de 3000, uma penalidade no *Termo2*<sup>9</sup> no valor de 170000 e um incentivo no valor de 2142 no *Termo3*<sup>10</sup>.

<sup>8</sup>Adiciona uma penalidade por violar o tempo mínimo de um analista em uma visita

<sup>9</sup>Penalidade por não atender um cliente.

<sup>10</sup>Um incentivo para, caso necessário, deixar de atender os clientes que foram visitados mais recentemente.

### 4.1.3 Cenário 3

O Cenário 3 representa uma situação real vivenciada em Janeiro de 2019 pela filial Macaé.

Devido ao grande volume de vendas realizado no período de novembro à dezembro de 2018, o gestor teve que suspender todas as visitas e focar somente na alocação dos analistas para realização das implantações dos sistemas vendidos. Sob esse pretexto, ao retornar as visitas cafezinho houve uma intensa demanda de atendimentos.

O modelo foi processado com o mesmo propósito dos Cenários 1 e 2. Atingiu a otimalidade com a função objeto igual a 243643, após rodar por 7 horas e 40 min, conforme a Figura 4.3.

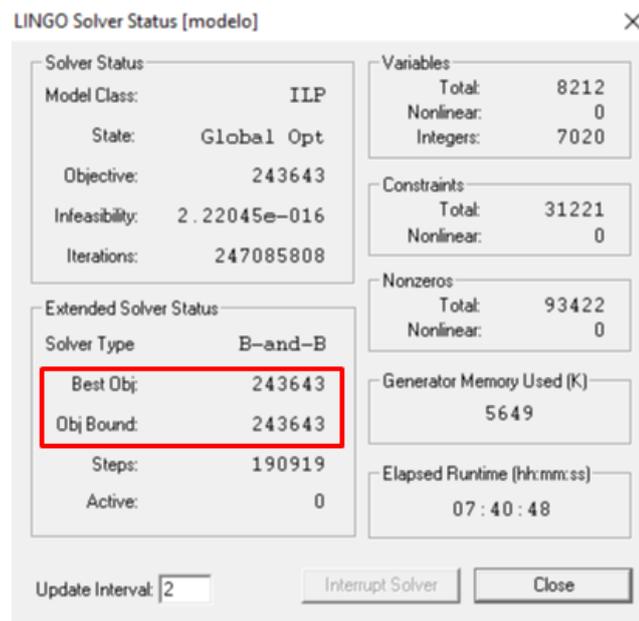


Figura 4.3: Resultado cenário 3

Sendo possível confirmar que o modelo possui uma solução ótima, pois o valor *lower bound* é igual ao valor do melhor valor objetivo (*best Obj*).

Porém para se obter tal solução houve uma penalidade no *Termo2*<sup>11</sup> no valor de 240000 e um incentivo no valor de 3643 no *Termo3*<sup>12</sup>.

<sup>11</sup>Penalidade por não atender um cliente.

<sup>12</sup>Um incentivo para, caso necessário, deixar de atender os clientes que foram visitados mais recentemente.

## 4.2 Análise dos resultados

O experimento foi elaborado com o propósito de representar situações reais vivenciada pela filial Macaé. Todos os cenários foram submetidos a um período de processamento de até 24 horas ou a otimalidade.

Tendo o Cenário 1 correspondendo a um período de baixa demanda de atendimentos, o modelo matemático conseguiu, em um curto espaço de tempo, apresentar uma solução ótima. Assim como no Cenário 3, que representou um período de maior demanda. Efetivamente para o gestor, esses resultados refletem um planejamento mais eficaz, sendo possível maximizar a alocação dos funcionários para as visitas cafezinho e minimizar a ociosidade dos funcionários para outros atendimentos.

O Cenário 2 corresponde a uma situação com intensa demanda de atendimentos (demanda superior ao Cenário 1 e inferior ao Cenário 3). No entanto, o modelo matemático, mesmo após 24 horas de execução, não obteve uma solução ótima. Mas alcançou uma solução muito próxima (1,74% do seu *lower bound*), o que representa uma solução de excelente qualidade e permite ao gestor, elaborar um planejamento efetivo para empresa.

Vale ressaltar também que de acordo com o crescimento da demanda, houve um aumento de clientes não visitados. Essa análise só foi possível observando o valor de retorno do *Termo2*<sup>13</sup> nos respectivos cenários:

- Cenário 1: 14 clientes não atendidos (20%);
- Cenário 2: 17 clientes não atendidos (24,3%);
- Cenário 3: 24 clientes não atendidos (30,3%).

O percentual obtido de clientes não atendidos nos cenários representa um valor aceitável para Alterdata, pois o propósito da visita cafezinho é garantir uma fidelização do cliente. Porém essa visita pode ser suspendida pelo gestor se o mesmo entender que há uma necessidade de priorizar outras visitas, como visita de suporte ou visita implantação do sistema vendido ao cliente.

O *Termo3*<sup>14</sup> é complementar ao *Termo2*. Se o *Termo2* é diferente de zero, então algum cliente deixou de ser atendido. Quando isso ocorre, o *Termo3* induz o modelo a deixar de fora aquele cliente com menor intervalo desde a última visita. Quando o *Termo3* é zero, o *Termo2* também será.

Já o *Termo1*<sup>15</sup> é responsável por garantir que um analista efetue um atendimento em uma cidade mesmo que haja penalidade por não cumprir a carga horária de atendimento. Dessa forma, por exemplo, se um analista atender apenas dois clientes totalizando 2 horas de visita, é melhor pagar as 3 horas de penalidade do que deixar de atender a cidade visitada no dia.

Assim, este estudo do atual trabalho sugere a compreensão de que há um déficit de analistas que garanta o atendimento das visitas para os cenários analisados

---

<sup>13</sup>Penalidade por não atender um cliente.

<sup>14</sup>Um incentivo para, caso necessário, deixar de atender os clientes que foram visitados mais recentemente.

<sup>15</sup>Adiciona uma penalidade por violar o tempo mínimo de um analista em uma visita

## Capítulo 5

# Considerações finais

### 5.1 Conclusões

O atual trabalho teve como objetivo desenvolver uma solução computacional, utilizando modelagem matemática, para alocação ótima de analistas externos para suprir a demanda de visitas cafezinho. A aplicabilidade do modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) foi otimizar a alocação de funcionários e, como resultado, encontrar a melhor solução do planejamento de visitas e garantir a demanda.

Inicialmente foi realizado uma análise do problema abordado com o gestor da filial, considerando os desafios encontrados no período de organização para identificar, por cidade, quantos analistas são necessários para atender a todos os clientes sem que haja ociosidade, tendo como foco visitas cafezinho. Logo após, o modelo matemático sugerido foi elaborado e executado com o *software* LINGO<sup>1</sup>, manipulando dados de entrada obtidos do sistema ERP da empresa exportados para *Excel*, de forma a auxiliar e simplificar aplicabilidade para o gestor.

Foram estabelecidos 3 cenários com pressupostas informações dos nomes dos clientes e analistas; as datas das últimas visitas foram manipuladas para atender a requisição da demanda de cada cenário. Também foi respeitado um período de processamento de até 24 horas ou a otimalidade. Sendo assim, para todos os cenários descritos no Capítulo 4 foram alcançadas soluções ótimas ou de excelente qualidade que podem ser utilizadas pelo gestor da empresa. A análise de todas as restrições no problema aumentou de forma significativa a complexidade do modelo.

Deve-se ressaltar que uma das fundamentais contribuições da aplicabilidade do modelo matemático é admitir a utilização dos meios disponíveis de uma forma efetiva considerando distintos axiomas, tornando-se possível um entendimento mais efetivo do objeto que está sendo modelado.

O presente trabalho foi capaz de gerar contribuições para setor acadêmico e empresarial. Academicamente, a aplicação de uma Programação Linear Inteira Mista em uma empresa desenvolvedora de *software*<sup>2</sup>, juntamente com o auxílio do LINGO para processamento do modelo matemático, amplificou

---

<sup>1</sup>LINGO é uma ferramenta elementar projetada para utilizar de forma mais eficaz a construção e solução de modelos de otimização linear ou não-linear.

<sup>2</sup>*Software* são programas de computadores que possibilitam ao usuário realizar uma série de tarefas essenciais em diversas áreas como engenharia, contabilidade, educação, medicina e entre outras.

a escala de exemplos práticos de pesquisa operacional. Além de apresentar para o setor empresarial novas possibilidades do emprego de um modelo complexo em diversas empresas do ramo ou em outras filiais da Alterdata.

## 5.2 Trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, recomenda-se a ampliação do estudo para outros processos abrangentes dos atendimentos realizados pela empresa, tais como:

- Análise da melhor rota de deslocamento dos analistas para as visitas cafezinho;
- Análise, quando necessário, do menor custo financeiro do deslocamento realizado entre as cidades pelos analistas;
- Reutilização modelo matemático proposto para outros tipos de visitas praticadas pela empresa.

# Referências Bibliográficas

- [1] BARBOZA, A. (2005). Simulação e Técnicas da Computação Evolucionária Aplicadas a Problemas de Programação Linear Inteira Mista. Curitiba: Tese de Doutorado, UTFPR.
- [2] CARRAVILLA, M.; OLIVEIRA, J. (2005). Aulas FEUP Metodologias de Apoio a Decisão. Disponível em: <https://web.fe.up.pt/~mac/ensino/docs/MAD20012002/OptComb2.pdf>. Acessado em setembro 2019.
- [3] CASSINI, K. (2000). O ERP na indústria da Serra Gaúcha: Panorama, fatores de decisão e seleção de ERP, resultados de implantação. Caxias do Sul: Universidade de Caixas do Sul Centro de Ciências Exatas e Tecnologia Departamento de Informática.
- [4] GOLDBARG, M.; LUNA, H. (2000). Otimização Combinatória e Programação Linear. Modelos e Algoritmos. Rio de Janeiro: Editora CAMPUS, 2. ed.
- [5] GONÇALVES, J. (2018). Dimensionamento de Frota para Transporte Rodoviário de Cargas de uma Empresa de Petróleo e Gás. Rio das Ostras: Universidade Federal Fluminense - UFF.
- [6] KAWAMURA, M. Ronconi, D. (2006). Aplicação do método branch-and-bound na programação de tarefas em uma única máquina com data de entrega comum sob penalidades de adiantamento e atraso. Fortaleza, CE: XXVI ENEGEP.
- [7] LUNA, H. GOLDBARG, H. (2005). Otimização Combinatória e Programação Linear. Elsevier Editora Ltda.
- [8] MORO, L. (2000). Técnicas de Otimização Mista-Inteira para o Planejamento e Programação de Produção em Refinarias de Petróleo. São Paulo: Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [9] POUSINHO, H. (2009). Nova metodologia de otimização da exploração de recursos hídricos: programação não linear inteira mista. Lisboa: Universidade da Beira Interior.
- [10] REDAÇÃO, P. (2014). Entrevista com Ladmir Carvalho, sócio proprietário da Alertada. Disponível em: <https://portalerp.com/entrevista-com-ladmir-carvalho-alterdata>. Acessado em setembro 2019.
- [11] WILLIAMS, H. (1999). Model Building in Mathematical Programming. England: John Wiley and Sons Ltd.